

Equations for activation and repression models 1&2 described in Fig S1.

$$(1) \frac{d[A]}{dt} = -k_+[A][Te_3] + k_-[ATe_3] - k_+[A][T] + k_-[AT] - k_+[A][Te_1e_2] + k_-[ATe_1e_2] - k_+[A][Te_1e_2B] + k_-[ATe_1e_2B] + V_A - K_{deg,A}[A] +$$

$$\boxed{-k_+[B][A] + k_-[BA] - k_+[Te_1e_2B][A] + k_-[Te_1e_2BA] - k_+[e_1e_2B][A] + k_-[e_1e_2BA]} +$$

$$\boxed{-k_+[A][Te_1e_2BA] + k_-[ATe_1e_2BA] - k_+[ATe_1e_2B][A] + k_-[ATe_1e_2BA]}$$

$$\boxed{-k_+[BATE_1e_2B][A] + e_1e_2k_-[BATE_1e_2BA] - k_+[A][Te_1e_2BAT] + k_-[ATe_1e_2BAT]}$$

$$(2) \frac{d[B]}{dt} = -l_+[ATe_1e_2][B] + l_-[ATe_1e_2B] - l_+[e_1e_2][B] + l_-[e_1e_2B] - l_+[Te_1e_2][B] + l_-[Te_1e_2B] + V_B - K_{deg,B}[B] +$$

$$\boxed{-k_+[B][A] + k_-[BA] - k_+[B][AT] + k_-[BAT] - k_+[B][ATe_1e_2] + k_-[BATE_1e_2]} +$$

$$\boxed{-l_+[BATE_1e_2][B] + l_-[BATE_1e_2B] - k_+[B][ATe_1e_2BA] + k_-[BATE_1e_2BA]}$$

$$\boxed{-k_+[B][ATE_1e_2BAT] + k_-[BATE_1e_2BAT] - k_+[B][ATE_1e_2B] + k_-[BATE_1e_2B]}$$

$$(3) \frac{d[T]}{dt} = -k_+[A][T] + k_-[AT] - l_+[T][e_1e_2] + l_-[Te_1e_2] - l_+[T][e_3] + l_-[Te_3] - l_+[T][e_1e_2B] + l_-[Te_1e_2B] + V_T - K_{deg,T}[T] +$$

$$\boxed{-k_+[BA][T] + k_-[BAT] - k_+[e_1e_2BA][T] + k_-[e_1e_2BAT] - l_+[T][e_1e_2BA] + l_-[Te_1e_2BA]} +$$

$$\boxed{-l_+[T][e_1e_2BAT] + l_-[Te_1e_2BAT] - k_+[Te_1e_2BA][T] + k_-[Te_1e_2BAT]}$$

$$\boxed{-k_+[ATE_1e_2BA][T] + k_-[ATE_1e_2BAT] - k_+[BATE_1e_2BA][T] + k_-[BATE_1e_2BAT]}$$

$$(4) \frac{d[BA]}{dt} = k_+[B][A] - k_-[BA] - k_+[BA][T] + k_-[BAT] - l_+[e_1e_2][BA] + l_-[e_1e_2BA] - k_+[BA][Te_1e_2] + k_-[BAe_1e_2T] - l_+[Te_1e_2][BA] + l_-[Te_1e_2BA] +$$

$$\boxed{-l_+[ATE_1e_2][BA] + l_-[ATE_1e_2BA] - k_+[BA][Te_1e_2B] + k_-[BATE_1e_2B] - k_+[BA][Te_1e_2BA] + k_-[BATE_1e_2BA]}$$

$$\boxed{-l_+[BATE_1e_2][BA] + l_-[BATE_1e_2BA] - k_+[Te_1e_2BAT][BA] + k_-[BATE_1e_2BAT]}$$

$$(5) \frac{d[AT]}{dt} = l_+[A][T] - l_-[AT] - k_+[B][AT] + k_-[BAT] - l_+[AT][e_1e_2] + l_-[ATE_1e_2] - l_+[AT][e_3] + l_-[ATE_3] - l_+[AT][e_1e_2B] + l_-[ATE_1e_2B] +$$

$$\boxed{-k_+[e_1e_2B][AT] + k_-[e_1e_2BAT]} + \boxed{-l_+[AT][e_1e_2BA] + l_-[ATE_1e_2BA] - k_+[BATE_1e_2B][AT] + k_-[BATE_1e_2BAT]}$$

$$\boxed{-k_+[Te_1e_2B][AT] + k_-[Te_1e_2BAT] - l_+[AT][e_1e_2BAT] + l_-[ATE_1e_2BAT] - k_+[ATE_1e_2B][AT] + k_-[ATE_1e_2BAT]}$$

$$(6) \frac{d[Te_1e_2]}{dt} = l_+[T][e_1e_2] + l_-[Te_1e_2] - k_+[A][Te_1e_2] + k_-[ATE_1e_2] - l_+[Te_1e_2][B] + l_-[Te_1e_2B] +$$

$$\boxed{-k_+[BA][Te_1e_2] + k_-[BATE_1e_2] - l_+[Te_1e_2][BA] + l_-[Te_1e_2BA]} + \boxed{-l_+[Te_1e_2][BAT] + l_-[Te_1e_2BAT]}$$

$$(7) \frac{d[e_1e_2B]}{dt} = l_+[e_1e_2][B] - l_-[e_1e_2B] - l_+[T][e_1e_2B] + l_-[Te_1e_2B] - l_+[AT][e_1e_2B] + l_-[ATE_1e_2B] +$$

$$\boxed{-k_+[e_1e_2B][AT] + k_-[e_1e_2BAT]} + \boxed{-l_+[BAT][e_1e_2B] + l_-[BATE_1e_2B] - k_+[e_1e_2B][A] + k_-[e_1e_2BA]}$$

$$(8) \frac{d[Te_3]}{dt} = l_+[T][e_3] + l_-[Te_3] - k_+[A][Te_3] + k_-[ATE_3]$$

$$(9) \frac{d[ATE_3]}{dt} = k_+[A][Te_3] - k_-[ATE_3] + l_+[AT][e_3] - l_-[ATE_3]$$

$$(10) \frac{d[ATe_1e_2]}{dt} = k_+[A][Te_1e_2] - k_-[ATe_1e_2] + l_+[AT][e_1e_2] - l_-[ATe_1e_2] - l_+[ATe_1e_2][B] + l_-[ATe_1e_2B] +$$

$$\boxed{-k_+[B][ATe_1e_2] + k_-[BATE_1e_2]} + \boxed{-l_+[ATe_1e_2][BA] + l_-[ATe_1e_2BA] - l_+[ATe_1e_2][BAT] + l_-[ATe_1e_2BAT]}$$

$$(11) \frac{d[Te_1e_2B]}{dt} = l_+[Te_1e_2][B] - l_-[Te_1e_2B] + l_+[T][e_1e_2B] - l_-[Te_1e_2B] - k_+[A][Te_1e_2B] + k_-[ATe_1e_2B] +$$

$$\boxed{-k_+[Te_1e_2B][A] + k_-[Te_1e_2BA]} + \boxed{-k_+[BA][Te_1e_2B] + k_-[BATE_1e_2B] - k_+[Te_1e_2B][AT] + k_-[Te_1e_2BAT]}$$

$$(12) \frac{d[BAT]}{dt} = k_+[B][AT] - k_-[BAT] + l_+[BA][T] - l_-[BAT] - l_+[BAT][e_1e_2] + l_-[BATE_1e_2] - l_+[e_1e_2][BAT] + l_-[e_1e_2BAT] +$$

$$\boxed{-l_+[Te_1e_2][BAT] + l_-[Te_1e_2BAT] - l_+[BAT][e_1e_2B] + l_-[BATE_1e_2B] - l_+[BAT][e_1e_2BA] + l_-[BATE_1e_2BA]}$$

$$\boxed{-l_+[ATe_1e_2][BAT] + l_-[ATe_1e_2BAT] - l_+[BAT][e_1e_2BAT] + l_-[BATE_1e_2BAT] - l_+[BATE_1e_2][BAT] + l_-[BATE_1e_2BAT]}$$

$$(13) \frac{d[e_1e_2BA]}{dt} = l_+[e_1e_2][BA] - l_-[e_1e_2BA] + k_+[e_1e_2B][A] - k_-[e_1e_2BA] - k_+[e_1e_2BA][T] + k_-[e_1e_2BAT] - l_+[T][e_1e_2BA] + l_-[Te_1e_2BA] +$$

$$\boxed{-l_+[AT][e_1e_2BA] + l_-[ATe_1e_2BA] - l_+[BAT][e_1e_2BA] + l_-[BATE_1e_2BA]}$$

$$(14) \frac{d[BATE_1e_2]}{dt} = k_+[B][ATe_1e_2] - k_-[BATE_1e_2] + l_+[BAT][e_1e_2] - l_-[BATE_1e_2] + k_+[BA][Te_1e_2] - k_-[BATE_1e_2]$$

$$- f_1 \cdot l_+[BATE_1e_2] + f_2 \cdot l_+[e_1TABe_2] +$$

$$\boxed{-l_+[BATE_1e_2][B] + l_-[BATE_1e_2B] - l_+[BATE_1e_2][BA] + l_-[BATE_1e_2BA]}$$

$$(15) \frac{d[e_1e_2BAT]}{dt} = l_+[e_1e_2][BAT] - l_-[e_1e_2BAT] + k_+[e_1e_2B][AT] - k_-[e_1e_2BAT] + k_+[e_1e_2BA][T] - k_-[e_1e_2BAT]$$

$$- f_1 \cdot l_+[e_1e_2BAT] + f_2 \cdot l_+[e_1TABe_2] +$$

$$\boxed{-l_+[T][e_1e_2BAT] + l_-[Te_1e_2BAT] - l_+[AT][e_1e_2BAT] + l_-[ATe_1e_2BAT]}$$

$$(16) \frac{d[Te_1e_2BA]}{dt} = l_+[Te_1e_2][BA] - l_-[Te_1e_2BA] + l_+[T][e_1e_2BA] - l_-[Te_1e_2BA] + k_+[Te_1e_2B][A] - k_-[Te_1e_2BA]$$

$$- f_1 \cdot k_+[Te_1e_2BA] + f_2 \cdot k_-[e_1TABe_2] +$$

$$\boxed{-k_+[A][Te_1e_2BA] + k_-[ATe_1e_2BA] - k_+[Te_1e_2BA][T] + k_-[Te_1e_2BAT] - k_+[BA][Te_1e_2BA] + k_-[BATE_1e_2BA]}$$

$$(17) \frac{d[ATe_1e_2B]}{dt} = l_+[AT][e_1e_2B] - l_-[ATe_1e_2B] + k_+[A][Te_1e_2B] - k_-[ATe_1e_2B] + l_+[ATe_1e_2][B] - l_-[ATe_1e_2B]$$

$$- f_1 \cdot k_+[ATe_1e_2B] + f_2 \cdot k_-[e_1TABe_2] +$$

$$\boxed{-k_+[ATe_1e_2B][A] + k_-[ATe_1e_2BA] - k_+[B][ATe_1e_2B] + k_-[BATE_1e_2B] - k_+[ATe_1e_2B][AT] + k_-[ATe_1e_2BAT]}$$

$$(18) \frac{d[e_1TABe_2]}{dt} = f_1 \cdot k_+[ATe_1e_2B] - f_2 \cdot k_-[e_1TABe_2] + f_1 \cdot k_+[Te_1e_2BA] - f_2 \cdot k_-[e_1TABe_2] + f_1 \cdot l_+[e_1e_2BAT] + f_2 \cdot l_-[e_1TABe_2]$$

$$+ f_1 \cdot l_+[BATE_1e_2] - f_2 \cdot l_-[e_1TABe_2]$$

$$(19) \quad \frac{d[ATe_1e_2BA]}{dt} = k_+[A][Te_1e_2BA] - k_-[ATe_1e_2BA] + l_+[AT][e_1e_2BA] - l_-[ATe_1e_2BA] + k_+[ATe_1e_2B][A] - k_-[ATe_1e_2BA] \\ + l_+[ATe_1e_2][BA] - l_-[ATe_1e_2BA] - k_+[B][ATe_1e_2BA] + k_-[BATE_1e_2BA] - k_+[ATe_1e_2BA][T] + k_-[ATe_1e_2BAT]$$

$$(20) \quad \frac{d[BATE_1e_2B]}{dt} = k_+[B][ATe_1e_2B] - k_-[BATE_1e_2B] + k_+[BA][Te_1e_2B] - k_-[BATE_1e_2B] + l_+[BAT][e_1e_2B] - l_-[BATE_1e_2B] \\ + l_+[BATE_1e_2][B] - l_-[BATE_1e_2B] - k_+[BATE_1e_2B][A] + k_-[BATE_1e_2BA]$$

$$(21) \quad \frac{d[Te_1e_2BAT]}{dt} = l_+[T][e_1e_2BAT] - l_-[Te_1e_2BAT] + k_+[Te_1e_2BA][T] - k_-[Te_1e_2BAT] + k_+[Te_1e_2B][AT] - k_-[Te_1e_2BAT] \\ + l_+[Te_1e_2][BAT] - l_-[Te_1e_2BAT] - k_+[A][Te_1e_2BAT] + k_-[ATe_1e_2BAT]$$

$$(22) \quad \frac{d[BATE_1e_2BA]}{dt} = k_+[B][ATe_1e_2BA] - k_-[BATE_1e_2BA] + k_+[BA][Te_1e_2BA] - k_-[BATE_1e_2BA] + l_+[BAT][e_1e_2BA] - l_-[BATE_1e_2BA] \\ + l_+[BATE_1e_2][BA] - l_-[BATE_1e_2BA] + k_+[BATE_1e_2B][A] - k_-[BATE_1e_2BA] - k_+[BATE_1e_2BA][T] + k_-[BATE_1e_2BAT]$$

$$(23) \quad \frac{d[ATe_1e_2BAT]}{dt} = l_+[AT][e_1e_2BAT] - l_-[ATe_1e_2BAT] + k_+[A][Te_1e_2BAT] - k_-[ATe_1e_2BAT] \\ + k_+[ATe_1e_2B][AT] - k_-[ATe_1e_2BAT] + l_+[ATe_1e_2][BAT] - l_-[ATe_1e_2BAT] + \\ k_+[ATe_1e_2BA][T] - k_-[ATe_1e_2BAT] - k_+[B][ATe_1e_2BAT] + k_-[BATE_1e_2BAT]$$

$$(24) \quad \frac{d[BATE_1e_2BAT]}{dt} = l_+[BAT][e_1e_2BAT] - l_-[BATE_1e_2BAT] + l_+[BAT][e_1e_2BAT] - l_-[BATE_1e_2BAT] \\ + k_+[BATE_1e_2B][AT] - k_-[BATE_1e_2BAT] + k_+[BA][Te_1e_2BAT] - k_-[BATE_1e_2BAT] \\ + k_+[B][ATe_1e_2BAT] - k_-[BATE_1e_2BAT] + k_+[BATE_1e_2BA][T] - k_-[BATE_1e_2BAT]$$